

吴国忱, 吴建鲁, 宗兆云. 2014. 周期性层状含孔隙、裂隙介质模型纵波衰减特征. 地球物理学报, 57(8): 2666-2677, doi: 10.6038/cjg20140825.

Wu G C, Wu J L, Zong Z Y. 2014. The attenuation of P wave in a periodic layered porous media containing cracks. *Chinese J. Geophys.* (in Chinese), 57(8): 2666-2677, doi: 10.6038/cjg20140825.

## 周期性层状含孔隙、裂隙介质模型纵波衰减特征

吴国忱, 吴建鲁, 宗兆云

中国石油大学(华东)地球科学与技术学院, 青岛 266580

**摘要** 地震波在含孔隙、裂隙斑块饱和介质传播过程中会诱发多个尺度孔隙流体流动而产生衰减和速度频散. 在含有宏观尺度“Biot 流”和介观尺度“局域流”衰减诱导机制的周期性层状孔隙介质模型基础上, 引入了微观尺度硬币型和尖灭型裂隙“喷射流”的影响, 构建了周期性层状含孔隙、裂隙介质模型. 利用双解耦弹性波动方程的方法数值计算了该模型地震频带的纵波衰减和速度频散并与周期性层状孔隙介质模型做了对比研究. 分析了该模型在不同裂隙参数(裂隙密度、裂隙纵横比)及裂隙体积含量下的纵波衰减和频散特征, 裂隙密度越高对于纵波衰减和频散的影响越大, 裂隙纵横比越小, 由裂隙引起的纵波衰减部分向高频段移动, 裂隙体积含量越少, 纵波衰减先降低后小幅增加再降低, 频散速度增加, 并逐渐接近于周期性层状孔隙介质模型的纵波衰减和频散速度曲线. 最后研究了周期性层状含孔隙、裂隙介质模型有效平面波模量的高低频极限以及流固相对位移在该模型中的分布特征.

**关键词** 裂隙; 孔隙介质; 孔隙流体流动; 地震波衰减; 速度频散

doi: 10.6038/cjg20140825

中图分类号 P631

收稿日期 2013-09-24, 2014-02-17 收修定稿

## The attenuation of P wave in a periodic layered porous media containing cracks

WU Guo-Chen, WU Jian-Lu, ZONG Zhao-Yun

School of Geosciences, China University of Petroleum, Qingdao 266580, China

**Abstract** The attenuation and dispersion of seismic wave will occur because of the fluid flow of different scales in the porous medium when the seismic wave propagates in saturated medium. We build a periodic layered porous media containing cracks by introducing two kinds of microscopic “squirt-fluid” mechanism for the coin-shaped and pinchout-shaped cracked porous medium into the layered-White model based on the attenuation mechanisms of macroscopic “Biot” flow and mesoscopic local flow, we then solve the poroelastic equations using the Dutta’s mathematic techniques which make equations uncoupled for solutions to get the attenuation and dispersion velocity of P wave of the model and compare with the results of the layered-White model. The characteristics of attenuation and dispersion of P wave for the model are analyzed with the change of the parameters of the two kinds of cracks, namely crack density and crack aspect ratio, and the content of cracks. With the increase of the crack density of the coin-shaped and pinchout-shaped cracked porous medium, the influence on the attenuation and velocity of P wave increases. When the crack aspect ratio increases, a portion of attenuation of P wave moves to the higher frequency band. When the content of the crack decreases, which means that the crack density and aspect

**基金项目** 国家重点基础研究发展计划(973 计划)(2013CB228604)和国家油气重大专项(2011ZX05030-004-002 和 2011ZX05019-003)及山东省自然科学基金(ZR2010DM016)联合资助.

**作者简介** 吴国忱, 男, 1965 年生, 教授, 现从事地球物理方面的教学和科研工作. E-mail: guochenwu@upc.edu.cn

ratio reduces, the peak of attenuation of P wave decreases firstly and then increases, finally decreases again, and the velocity of P wave increases. The results finally approach to that of the layered-White model. Finally, we study the low and high frequency limit of the model and the character of the relative displacement of the model containing coin-shaped cracks.

**Keywords** Crack; Porous media; Wave-induced fluid flow; Seismic attenuation; Dispersion

## 1 引言

由于地下介质条件复杂,地震波在地下含流体孔隙介质中传播时的衰减和频散研究课题一直处于理论研究和实验及实际资料验证阶段.以非均匀尺度为依据,可将现有的多种饱和流体孔隙弹性介质衰减理论归为三大类:宏观尺度、介观尺度和微观尺度(Müller et al., 2010).

Biot(1956a, 1956b, 1962)基于孔隙中黏滞流体相与固相耦合摩擦而提出了宏观尺度下的双相介质弹性波动理论,成为地震波在双相介质传播的经典理论框架,并且预测了慢纵波的存在.随后 Berryman 和 Wang (1998)等把“Biot”弹性波动理论推广到全频带范围.但是“Biot”双相介质理论对于高频衰减值的估算与实验测量相比较小(Mavko et al., 1983),并忽略了在 seismic 频带范围的衰减和频散(Dutta and Odé, 1983),预测的渗透率与黏滞系数对于衰减和频散的影响规律与实验室测量结果不符(Batzle et al., 2001).唐晓明(2011)、Tang 等(2012)在考虑两种不同形状裂隙的微观尺度“喷射流”基础上建立了含孔隙、裂隙介质的统一弹性波动理论,并用裂隙密度  $\epsilon$  和裂隙纵横比  $\gamma$  参数控制裂隙形状.以上所述双相介质衰减理论无法预测地震频带的纵波衰减和频散.为了解释地震频带的纵波衰减,White(1975), White 等(1975)首先基于介观尺度(远大于颗粒尺寸且小于地震波长)衰减机制提出了球形孔隙规则分布的斑块饱和模型(水或油里面含有气泡)和周期性层状含孔隙介质模型.随后, Dutta 等(1979a, 1979b)用更严谨的孔隙介质力学对 White 提出的斑块饱和模型进行修正. Vogelaar 和 Smeulders (2007) 和刘炯等(2009, 2010)用非解耦方式求解分析了这两种 White 模型的纵波衰减和频散. Carcione 等(2003), Carcione 和 Piccott(2006)深入研究了 White 模型的物性及流体变化对衰减和频散的影响. 邓继新等(2012)对周期性层状孔隙介质模型的孔隙压力、孔隙流体相对运动速度变化形式及其对弹性波传播特征的影响进行了详细讨论.

本文利用 White 等(1975)提出的考虑了宏观尺度“Biot”流和介观尺度“局域流”衰减机制的周期性层状孔隙介质模型,引入唐晓明(2011)、Tang 等(2012)描述的两种不同裂隙(硬币型和尖灭型裂隙)的微观尺度“喷射流”衰减机制对每层流体压力的影响,建立了周期性层状含孔隙、裂隙介质模型.利用 Dutta 等(1979a)的双解耦的方法数值求解了该模型的纵波衰减和频散并与周期性层状含孔隙介质模型做了比较,分析了该模型中裂缝参数——裂隙密度  $\epsilon$ 、裂隙纵横比  $\gamma$  的变化及裂隙含量对纵波衰减和频散的影响规律,研究了该模型不同裂隙参数下的高低频极限以及流固位移的分布特征.

## 2 含孔隙、裂隙介质弹性波波动方程

在均匀饱和流体各向同性介质条件下, Biot (1956a, 1956b)忽略了微观孔隙结构推导了由宏观“Biot”流为衰减诱导机制的双相介质地震波传播理论.唐晓明(2011)、Tang 等(2012)描述了两种不同形状的微观尺度裂隙,一种是连通两个孔隙的硬币型裂隙,其结构如图 1a 所示,另一种是孔隙四周连接一端封闭的尖灭型裂隙,其结构如图 1b 所示,在“Biot”孔隙介质弹性理论基础上,考虑了裂隙的“喷射流”影响,推导了含裂隙、孔隙介质统一弹性波动理论.这三种一维孔隙介质弹性波动方程可表达成如下形式:

$$\begin{aligned} \rho_{11} u_u + \rho_{12} U_u + b(u_t - U_t) &= P_t u_{xx} + Q_t U_{xx}, \\ \rho_{12} u_u + \rho_{22} U_u - b(u_t - U_t) &= Q_t u_{xx} + R_t U_{xx} \quad (1) \\ i &= 1, 2, 3. \end{aligned}$$

式中,  $\rho_{11} + \rho_{12} = (1 - \phi)\rho_s$ ,  $\rho_{12} + \rho_{22} = \phi\rho_f$ ,  $\rho_{12} = (1 - \zeta)\phi\rho_f$ ,  $\zeta = 1 + r(1/\phi - 1)$ ,  $b = \eta\phi^2\sqrt{1 + i\omega/2\omega_B}/\kappa$ ,  $\omega_B = \frac{\phi\eta}{k\zeta\rho_f}$ ,  $\alpha = 1 - K_d/K_s$ .

其中,  $u, U$  分别为固体和流体位移,下标  $t, x$  代表对其求时间和方向导数.下标 s, f, d 分别代表固体、流体和岩石骨架.  $\phi$  为总的孔隙度,  $\rho$  为密度,  $\zeta$  为孔隙介质的结构因子,对于球形固体颗粒  $r = 0.5$ ,  $\eta, \kappa$  分别为流体的黏滞系数和渗透率.  $\omega$  为圆频率,  $\omega_B$

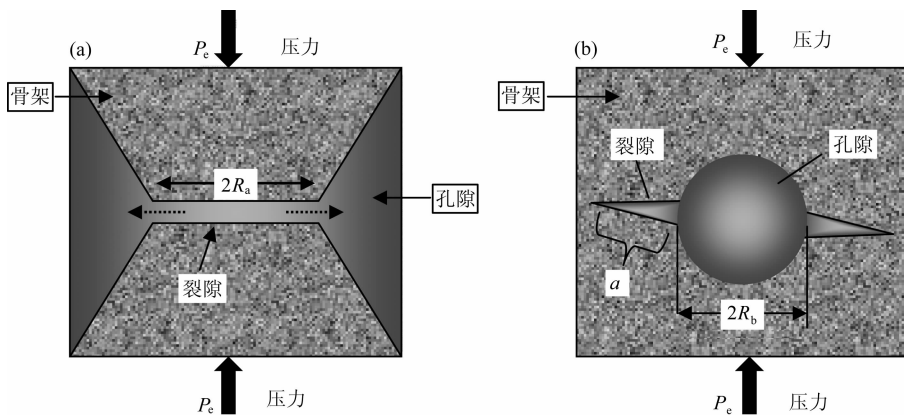


图 1 硬币型(a)和尖灭型(b)裂隙、孔隙结构(唐晓明,2011;Tang et al.,2012)

Fig.1 The coin-shaped (a) and pinchout-shaped (b) cracked porous construction (Tang,2011;Tang et al.,2012)

为 Biot 特征频率.  $K$  为体积模量,  $\alpha$  为 Biot 系数,  $\mu$  为骨架的剪切模量. 下标  $i$  中 1 表示 Biot 方程的参数, 2,3 分别表示孔隙弹性介质中含有硬币型裂隙、尖灭型裂隙的弹性波动方程的弹性参数.  $P_i, Q_i, R_i$  具体表达式可参见附录 A. 干燥岩石的体积、剪切模量利用 Thomsen(1985)提出的 Biot 相恰理论求取.

双相介质总的正应力  $\tau$  和平均流体压力  $P_f$  可分别表示为:

$$\begin{aligned} \tau_i &= (P_i + Q_i)u_x + (Q_i + R_i)U_x \\ P_f^i &= -(Q_i u_x + R_i U_x) / \phi \quad i = 1, 2, 3 \end{aligned} \quad (2)$$

### 3 周期性层状含孔隙、裂隙介质模型及其纵波频散和衰减

White 等(1975)提出的周期层状孔隙介质模型如图 2 所示, 饱含气体介质  $a$  层与饱含流体介质  $b$  层交替排列, 每层横向无限延伸, 厚度分别为  $2d_a$ 、 $2d_b$ . 在每层孔隙介质中引入第 2 节描述的两种不同的裂隙(硬币型和尖灭型), 考虑其微观尺度“喷射流”影响, 构建起周期性层状含孔隙、裂隙介质模型. 这时每层的弹性波动方程由方程(1)( $i=1$ )变成含孔隙、裂隙介质统一弹性波动方程(1)( $i=2,3$ ).

取图 2 中方框所围特征单元(上下层厚度的一半)进行研究. 当外界施加一个简谐力  $P_e e^{i\omega t}$  (模拟纵波传播)时, 特征单元会产生单轴应变  $\theta e^{i\omega t}$ , 由此可得该模型的等效平面波模量:

$$P^* = \frac{P_e e^{i\omega t}}{\theta e^{i\omega t}}, \quad (3)$$

式中的单轴应变为:

$$\theta e^{i\omega t} = \frac{u_b e^{i\omega t} - u_a e^{i\omega t}}{d_a + d_b}, \quad (4)$$

其中,  $u_a, u_b$  分别为特征单元的上下界面的固体位移.

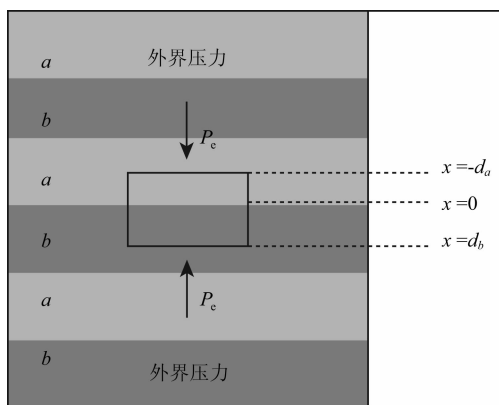


图 2 周期性层状孔隙介质模型

Fig.2 Layered-White model

特征单元的频散速度可得:

$$V_p = \text{Re}(\omega / \sqrt{P^* / \rho_e}), \quad (5)$$

其中,  $\rho_e = d_a(\phi_a \rho_f^a + (1 - \phi_a)\rho_s^a) / (d_a + d_b) + d_b(\phi_b \rho_f^b + (1 - \phi_b)\rho_s^b) / (d_a + d_b)$ , 为等效密度, 下标  $a, b$  分别代表上下层的岩石物理参数.

特征单元的品质因子:

$$Q = \frac{\text{Re}(P^*)}{\text{Im}(P^*)}. \quad (6)$$

### 4 孔隙弹性波动方程的解耦求解

利用 Dutta 和 Odé(1979a)对周期排列球状 White 模型的双相介质弹性波动方程双解耦的方法对本文的弹性波动方程(1)( $i=2$  和  $i=3$ )进行求解, 这两个方程写成如下形式:

$$\begin{aligned} \rho_b u_{xx} + \rho_i W_{xx} &= H u_{xx} + \frac{Q_i + R_i}{\phi} W_{xx}, \\ \rho_i u_{xx} + m W_{xx} &= \frac{Q_i + R_i}{\phi} u_{xx} + \frac{R_i}{\phi^2} W_{xx} - \frac{b}{\phi^2} W_t \end{aligned} \quad (7)$$

$i = 2, 3$

式中,  $W = \phi(U - u)$  为流固相对位移,  $\rho_b = [(1 -$

$\phi)\rho_s + \phi\rho_f]$ ,  $H_i = P_i + 2Q_i + R_i$ ,  $m = \rho_{22}/\phi$ .

令方程(7)的准静态的解的形式为:

$$u = u(x)e^{i\omega t}, W = W(x)e^{i\omega t} \quad (8)$$

然后把固体和流固耦合位移进行解耦,写成如下形式:

$$W = W_c + W_d, u = u_c + u_d, \quad (9)$$

其中:  $u_d = \sigma_d W_d$ ,  $u_c = \sigma_c W_c$ , 与公式(9)一起代入方程(7)中可得如下两个弹性波动方程:

$$\begin{aligned} \left(\frac{\partial^2}{\partial x^2} + k_c^2\right)W_c(x) &= 0, \\ \left(\frac{\partial^2}{\partial x^2} + k_d^2\right)W_d(x) &= 0. \end{aligned} \quad (10)$$

其中,快慢波的位移系数  $\sigma_c$ 、 $\sigma_d$  满足如下二元二次方程:

$$\begin{aligned} \left(\frac{Q_i + R_i}{\phi}\rho_b - H_i\rho_f\right)\sigma^2 + \left(\frac{\rho_b R_i}{\phi^2} - mH + \frac{ibH_i}{\phi^2\omega}\right)\sigma \\ + \left(\frac{\rho_f R_i}{\phi^2} - \frac{m(Q_i + R_i)}{\phi} + \frac{ib(Q_i + R_i)}{\omega\phi^3}\right) = 0, \end{aligned} \quad (11)$$

快慢波数  $k_c$ 、 $k_d$  为:

$$\frac{k_c^2}{\omega^2} = (\sigma_{11}c_4 - \sigma_{21}c_2 + ibc_2/\phi^2\omega)/(c_1c_4 - c_2c_3), \quad (12)$$

$$\frac{k_d^2}{\omega^2} = (\sigma_{12}c_3 - \sigma_{22}c_1 + ibc_1/\phi^2\omega)/(c_2c_3 - c_1c_4).$$

式中,  $\sigma_{11} = \rho_b\sigma_c + \rho_f$ ,  $\sigma_{12} = \rho_b\sigma_d + \rho_f$ ,  $\sigma_{21} = \rho_f\sigma_c + m$ ,  $\sigma_{22} = \rho_f\sigma_d + m$ ,  $c_1 = H_i\sigma_c + (Q_i + R_i)/\phi$ ,  $c_2 = H_i\sigma_d + (Q_i + R_i)/\phi$ ,  $c_3 = (Q_i + R_i)\sigma_c/\phi + R_i/\phi^2$ ,  $c_4 = (Q_i + R_i)\sigma_d/\phi + R_i/\phi^2$ .

通过对公式(10)求解可得流固耦合位移和固体位移为:

$$\begin{aligned} W &= B_1 \cos(k_c x) + B_2 \sin(k_c x) + B_3 \cos(k_d x) \\ &\quad + B_4 \sin(k_d x), \\ u &= \sigma_c B_1 \cos(k_c x) + \sigma_c B_2 \sin(k_c x) + \sigma_d B_3 \cos(k_d x) \\ &\quad + \sigma_d B_4 \sin(k_d x), \end{aligned} \quad (13)$$

其中,  $B_1$ 、 $B_2$ 、 $B_3$ 、 $B_4$  是待定系数.

根据特征单元上下界面总的应力和流固位移相等,层界面处总的应力连续、孔隙压力连续、固体位移连续及流体流量相等,建立如下边界条件:

$$\begin{aligned} 1) \quad \tau_a &= -P_e e^{i\omega t}, & x &= -d_a; \\ 2) \quad u_a &= U_a, & x &= -d_a; \\ 3) \quad \tau_b &= -P_e e^{i\omega t}, & x &= d_b; \\ 4) \quad u_b &= U_b, & x &= d_b; \\ 5) \quad \tau_a &= \tau_b, & x &= 0; \\ 6) \quad P_f^a &= P_f^b, & x &= 0; \\ 7) \quad u_a &= u_b, & x &= 0; \\ 8) \quad W_a &= W_b, & x &= 0. \end{aligned} \quad (14)$$

通过求解以上八个边界方程,可求得特征单元

的上下层固体位移的八个待定系数,进而可得固体位移,最后通过方程(3)–(6)计算出周期性层状含孔、裂隙介质模型的纵波衰减和频散.

## 5 高低频极限

### 5.1 低频极限情况

当地震波在周期性层状含孔隙介质中传播地震波的频率足够低时,此时的地震波长远远大于周期性层状含孔隙介质的非均匀尺度,孔隙介质中不同流体压力下的流相会有足够的时间发生相对流动,最后达到均衡状态(流体压力处处相等).这时可通过 Wood 公式(Wood, 1955)(15)(即利用加权调和平均法求取等效流体体积模量)和 Gassmann 方程(Gassmann, 1951)(16)计算其低频极限下的饱和岩石平面波模量  $P_{BGW}$  (BGW 代表 Biot\_Gassmann\_Wood).

$$\frac{1}{K_f^w} = \frac{S_a}{K_f^a} + \frac{S_b}{K_f^b}, \quad (15)$$

$$P_{BGW} = K_d + \frac{\alpha^2}{(\alpha - \phi)/K_s + \phi/K_f^w} + \frac{4}{3}u. \quad (16)$$

当周期性层状含孔隙介质含有图 1 中两种类型的裂隙时,即周期性层状含孔、裂隙介质,则此时低频极限下的饱和岩石平面波模量  $P_{BGW}^{i-cra}$  为:

$$\begin{aligned} P_{BGW}^{i-cra} &= K_d + \frac{\alpha^2}{(\alpha - \phi)/K_s + \phi/K_f^w + F_{i-low}} + \frac{4}{3}u \\ &\quad (i = 2, 3) \end{aligned} \quad (17)$$

式中,  $F_{i-low} = S_a F_{i-low}^a + S_b F_{i-low}^b$ ,  $F_{i-low}^n$  ( $n = a, b$ ) 为附录 A 中参数  $F_i$  的低频极限值,  $S_a$ 、 $S_b$  为模型  $a$ 、 $b$  层流体饱和度.

$$F_{2-low}^n = \frac{8\pi\epsilon(1 - \nu_G)}{3u} \left( \frac{1/K_G - 1/K_s}{1/K_d - 1/K_G} \right), \quad (18)$$

$$F_{3-low}^n = \frac{8\epsilon(1 - \sigma)(1 + \lambda_T)^3}{3u} \left( \frac{1/K_G - 1/K_s}{1/K_d - 1/K_G} \right) M, \quad (19)$$

式中各参数参见附录 A.

### 5.2 高频极限情况

当地震波在周期性层状含孔隙介质中传播地震波的频率足够高,此时的地震波长远远小于周期性层状含孔隙介质的非均匀尺度,孔隙介质中不同流体压力下的流相来不及相对流动,不同流相之间的相对位移为零.这时可通过 Gassmann 方程(Gassmann, 1951)(20)(求取各流相的饱和岩石体积模量)和 Hill 公式(Hill, 1963)(21)计算其高频极限下的饱和岩石平面波模量  $P_{BGH}$  (BGH 代表 Biot\_Gassmann\_Hill).

$$K_{BG}^n = K_d + \frac{\alpha^2}{(\alpha - \phi)/K_s + \phi/K_f^n} \quad (n = a, b) \quad (20)$$

$$\frac{1}{P_{BGH}} = \frac{S_a}{K_{BG}^a + 4/3u} + \frac{S_b}{K_{BG}^b + 4/3u} \quad (21)$$

同样考虑周期性层状含孔隙介质含有图 1 中两种类型的裂隙时,即周期性层状含孔、裂隙介质,则此时高频极限下的饱和岩石平面波模量  $P_{BGH}^{i,cra}$  为:

$$\frac{1}{P_{BGH}^{i,cra}} = \frac{S_a}{K_{i,BG}^{a,cra} + 4/3u} + \frac{S_b}{K_{i,BG}^{b,cra} + 4/3u} \quad (i = 2, 3) \quad (22)$$

$$K_{i,BG}^{n,cra} = K_d + \frac{\alpha^2}{(\alpha - \phi)/K_s + \phi/K_f^n + F_{i,low}^n} \quad (n = a, b; i = 2, 3) \quad (23)$$

### 6 数值计算结果及分析

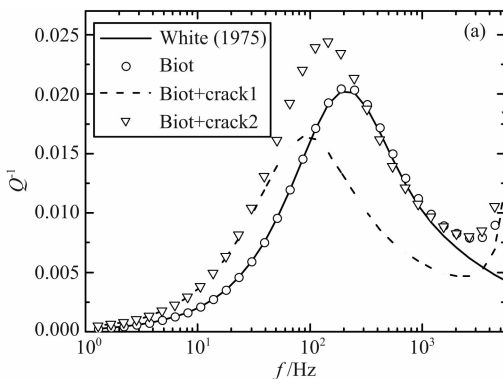
利用第 3 节的方法对周期性层状含孔隙、裂隙介质模型进行计算,假设模型中  $a, b$  层的骨架性质一样,每层厚度为 0.2 m,上层含气,下层含水,具体的骨架及流体参数见表 1.

表 1 孔隙介质参数

Table 1 Parameters of the porous medium

骨架及固体	气	水
$\rho_s = 2650 \text{ kg} \cdot \text{m}^{-3}$	$\rho_i^a = 70 \text{ kg} \cdot \text{m}^{-3}$	$\rho_i^b = 1000 \text{ kg} \cdot \text{m}^{-3}$
$K_s = 33.4 \text{ GPa}$	$\phi_a = 0.3$	$\phi_b = 0.3$
$\kappa = 0.5 \times 10^{-12} \text{ m}^2$	$K_f^a = 9.6 \times 10^{-3} \text{ GPa}$	$K_f^b = 2.2 \text{ GPa}$
$\mu_s = 22 \text{ GPa}$	$\eta_a = 1.5 \times 10^{-5} \text{ Pa} \cdot \text{s}$	$\eta_b = 0.6 \times 10^{-3} \text{ Pa} \cdot \text{s}$
	$\epsilon = 0.05$	$\gamma = 0.01$

周期性层状含孔隙、裂隙介质模型的纵波衰减和频散速度如图 3 所示。“White(1975)”表示利用 White 平面波模量公式(White et al., 1975)计算的结果,“Biot”、“Biot+crack1”、“Biot+crack2”分别



表示用方程(1) $i=1, 2, 3$  作为该模型每层弹性波动方程的解耦求解结果. 可以看到在较低频带,利用 White 公式与解耦求解方程(1) $i=1$  得到的纵波衰减和频散速度结果十分近似,与解耦求解波动方程(1) $i=2, 3$  相比,由于裂隙的“喷射流”影响和含裂隙、孔隙流体介质的体积模量、剪切模量减小,求得的纵波衰减不同且频散速度相对较低. 到了较高频带,后三者的衰减突然增大,频散速度迅速下降,这是由于当地震波波长与该模型的层厚相当时会产生共振现象(Vogelaar and Smeulders, 2007),地震波的能量传不下去造成的. 此时,White 公式不再适用. 可以看出,裂隙的存在对于纵波在地震频带的衰减和频散有一定的影响,且裂隙的形状不同,求得的纵波频散和衰减也不相同.

图 4 对比了不同裂隙密度  $\epsilon$  下周期性层状含孔隙、裂隙介质模型(硬币型裂隙)的纵波衰减和频散,只改变裂隙密度,具体参数参见表 1、2. 可见,随着裂隙密度的减小,含硬币型裂隙、孔隙流体介质的体积模量、剪切模量增大,纵波衰减逐渐降低,频散速度逐渐增加,与实验室结果一致(Chapman et al., 2002; Gautam, 2003).

图 5 对比了不同裂隙纵横比  $\gamma$  下的周期性层状含孔隙、裂隙介质模型(硬币型裂隙)的纵波衰减和频散,只改变裂隙纵横比,具体参数参见表 1、2. 可见,随着裂隙纵横比变大,有一部分纵波衰减向高频段移动,纵波衰减逐渐降低. 这是由于裂隙的纵横比增加,裂隙“喷射流”产生的纵波衰减主频向高频段移动造成的(Tang et al., 2012).

图 6 对比分析了不同硬币型裂隙的体积含量下的周期性层状含孔、裂隙介质模型(硬币型裂隙)的纵波衰减和频散,即该模型在不同围压条件下,具体参数参见表 1、2. 当围压逐渐增加时,硬币型裂隙体

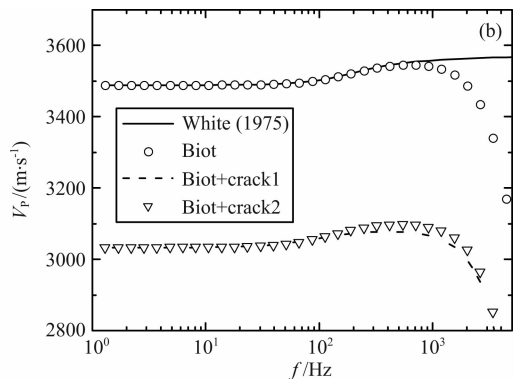


图 3 利用 White 公式和解耦求解不同波动方程的纵波衰减(a)和频散(b)

Fig. 3 The attenuation (a) and dispersion (b) of P wave using White equation and by uncoupling the different equations

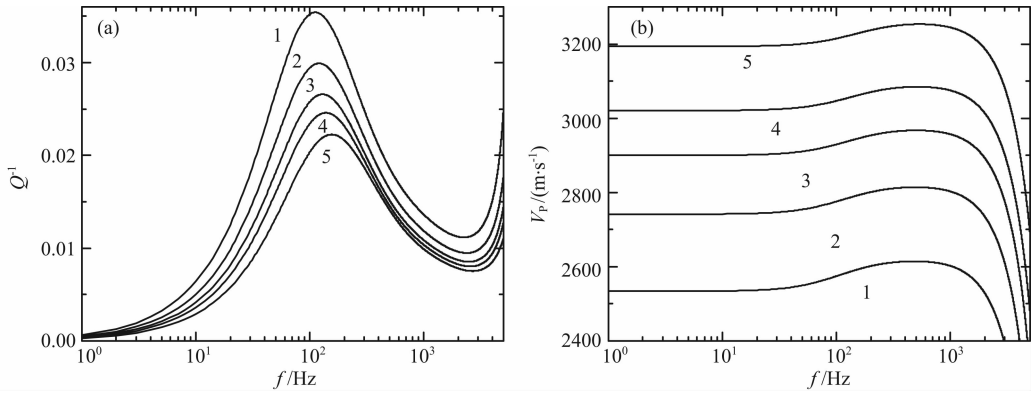


图 4 不同裂隙密度的硬币型裂隙下的纵波衰减(a)和频散(b)(具体参数参见表 2)  
 Fig. 4 The attenuation (a) and dispersion (b) of P wave for crack density of coin-shaped cracks (parameters referred in the Table 2)

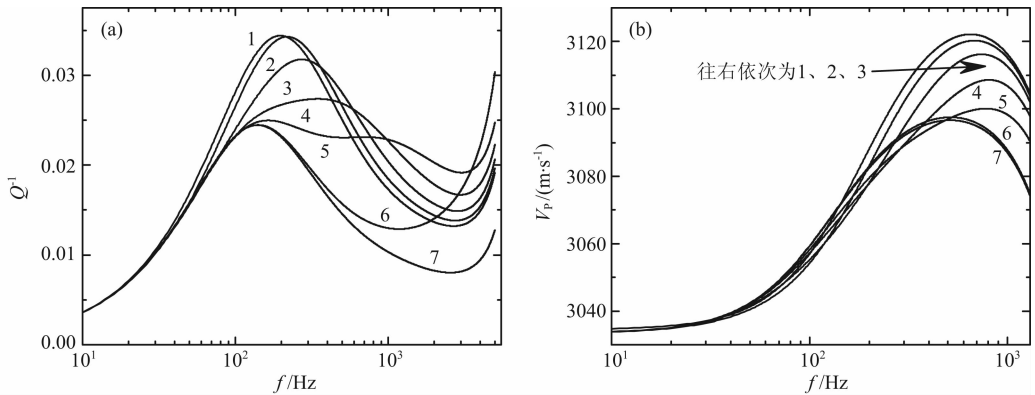


图 5 不同裂隙纵横比的硬币型裂隙下的纵波衰减(a)和频散(b)(具体参数参见表 2)  
 Fig. 5 The attenuation (a) and dispersion (b) of P wave for crack aspect ratios of coin-shaped cracks (parameters referred in the Table 2)

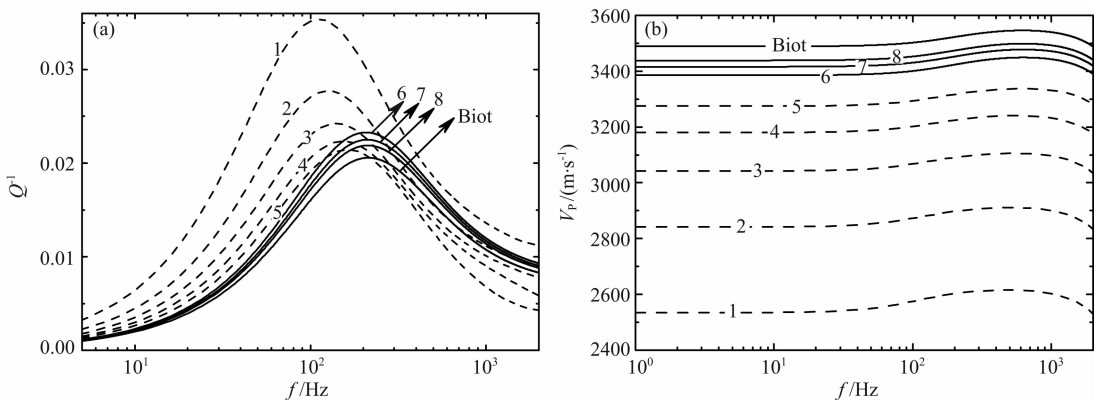


图 6 不同硬币型裂隙含量的纵波衰减(a)和频散(b)(具体参数参见表 2)  
 Fig. 6 The attenuation (a) and dispersion (b) of P wave for different contents of coin-shaped cracks (parameters referred in the Table 2)

积含量逐渐减少,即裂隙密度  $\epsilon$  和裂隙纵横比  $\gamma$  (裂隙闭合程度)同时减小.可见,当裂隙体积含量逐渐减少时,纵波衰减先逐渐降低,这时裂隙密度  $\epsilon$  的减小是影响纵波衰减的主要因素,减小到一定程度时,纵波衰减会小幅度的增加,裂隙纵横比  $\gamma$  的减小成

为影响纵波衰减的主要因素,最后,纵波衰减再逐渐降低,裂隙密度  $\epsilon$  的减小又成为影响纵波衰减的主要因素,频散速度也逐渐增加,且逐渐接近于解耦求解不含裂隙的弹性波动方程(1)  $i = 1$  的纵波衰减和频散速度曲线.在裂隙体积含量(围压)减小到一

表 2 不同的裂隙参数

Table 2 Parameters of the cracks

序号	图 4	图 5	图 6	
	裂隙密度	裂隙纵横比	裂隙密度	裂隙纵横比
1	0.1	0.00001	0.1	0.01
2	0.08	0.0002	0.07	0.005
3	0.06	0.0003	0.05	0.0025
4	0.04	0.0004	0.03	0.0013
5	0.03	0.0005	0.02	0.0006
6		0.001	0.016	0.0003
7		0.01	0.008	0.00007
8			0.005	0.00003

表 3 不同的裂隙参数

Table 3 Parameters of the cracks

序号	图 7	图 8	图 9	
	裂隙密度	裂隙纵横比	裂隙密度	裂隙纵横比
1	0.1	0.00001	0.1	0.01
2	0.08	0.00004	0.07	0.005
3	0.06	0.0006	0.05	0.0025
4	0.04	0.0007	0.03	0.0013
5	0.03	0.0008	0.02	0.0006
6		0.001	0.016	0.0003
7		0.006	0.01	0.00015
8		0.01	0.005	0.00003

定范围时,纵波衰减有小幅增加,前人也已在实验结果中观察到了这一现象(Agersborg et al., 2008). 但是大部分实验至今未观测到这一细微现象,可能是在实验测量中,裂隙密度  $\epsilon$  对于围压的变化比裂隙纵横比更加敏感所致,也可能由于围压增加到一定程度时,裂隙纵横比  $\gamma$  会突然增加所致(Liu et al., 2001),最终导致纵波衰减不会小幅增加.

下面利用相同的研究思路讨论弹性波动方程(1) $i=3$ 中尖灭型裂隙对于纵波衰减和频散速度的影响.

图 7 对比了不同裂隙密度  $\epsilon$  情况下周期性层状含孔隙、裂隙介质模型(尖灭型裂隙)的纵波衰减和频散,只改变裂隙密度,具体参数参见表 1、3. 随着模型中裂隙密度的减小,纵波衰减逐渐降低,纵波速度逐渐增加,这是由于介质骨架体积模量变大,孔隙结构更加坚硬所致.

图 8 对比了不同裂隙纵横比  $\gamma$  情况下周期性层状含孔隙、裂隙介质模型(尖灭型裂隙)的纵波衰减和频散,只改变裂隙纵横比,具体参数参见表 1、3. 随着裂隙纵横比变大,有一部分纵波衰减向高频段移动,纵波衰减逐渐降低.其原因与图 5 相同.

图 9 对比了不同尖灭型裂隙体积含量情况下周期性层状含孔隙、裂隙介质模型(尖灭型裂隙)纵波衰减和频散,当尖灭型裂隙体积含量逐渐减少,裂隙密度  $\epsilon$  和裂隙纵横比  $\gamma$  (裂隙闭合程度)同时减小,具体参数参见表 1、3. 可见,当裂隙体积含量逐渐减少时,纵波衰减先逐渐降低,这时裂隙密度  $\epsilon$  的减小是影响纵波衰减的主要因素,减小到一定程度时,纵波衰减会小幅度的增加,裂隙纵横比  $\gamma$  的减小成为影响纵波衰减的主要因素,最后,纵波衰减再逐渐降低,裂隙密度  $\epsilon$  的减小又成为影响纵波衰减的主要

因素,频散速度也逐渐增加,且逐渐接近于解耦求解不含裂隙的 Biot 弹性波动方程(1) $i=1$ 的纵波衰减和频散速度曲线.

可见,尖灭型裂隙和硬币型裂隙的裂隙密度  $\epsilon$ 、裂隙纵横比  $\gamma$  及裂隙的体积含量对于纵波衰减和频散速度的影响规律大体一致的,由于裂隙形状不同,产生的“喷射流”作用不同,模型的纵波的衰减和频散速度的幅值大小存在差异.

图 10 和图 11 是利用第 5 节的计算公式求得得到的周期性层状含孔隙、裂隙介质模型有效平面波模量(等效平面波模量的实部).图 10a 中 crack1 表示含硬币型裂隙情况下计算的结果(模型参数参见表 1),有效平面波模量的高频极限为含裂隙的 Biot\_Gassmann\_Hill 上限(BGH+crack1),即利用公式(22)计算的结果.图 10b 是图 10a 中虚线方框部分,可见此时等效平面波模量的低频极限为含裂隙的 Biot\_Gassmann\_Wood 下限(BGW+crack1),即利用公式(17)计算的结果.图 10c 为渗透率为  $0.1 \times 10^{-12} \text{ m}^2$ 、裂缝纵横比为  $10^{-5}$  时的有效平面波模量(其他参数参见表 1),此时有效平面波模量的高频极限为不含裂隙的 Biot\_Gassmann\_Hill 上限(BGH),即利用公式(21)计算的结果.图 10d 为图 10c 中虚线方框中的结果,可见此时有效平面波模量的低频极限为含裂隙的 Biot\_Gassmann\_Wood 下限(BGW+crack1),在地震频带的极限为不含裂隙的 Biot\_Gassmann\_Wood 下限(BGW).图 11 为含尖灭型裂隙情况下有效平面波模量的结果,图 11a、11c 与图 10a、10c 所选参数相同,图 11b、11d 为图 11a、11c 虚线方框部分的结果,当裂隙纵横比较大时,周期性层状含孔隙、裂隙介质模型的有效平面波模量的高频极限为含裂隙的 Biot\_Gassmann\_

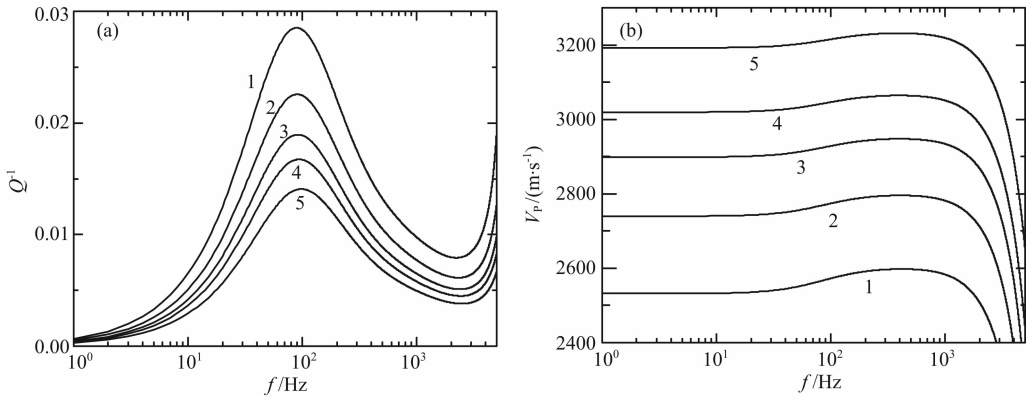


图 7 不同尖灭型裂隙密度  $\epsilon$  的纵波衰减(a)和频散(b)(具体参数参见表 3)

Fig. 7 The attenuation (a) and dispersion (b) of P wave for crack density of pinchout-shaped cracks (parameters referred in the Table 3)

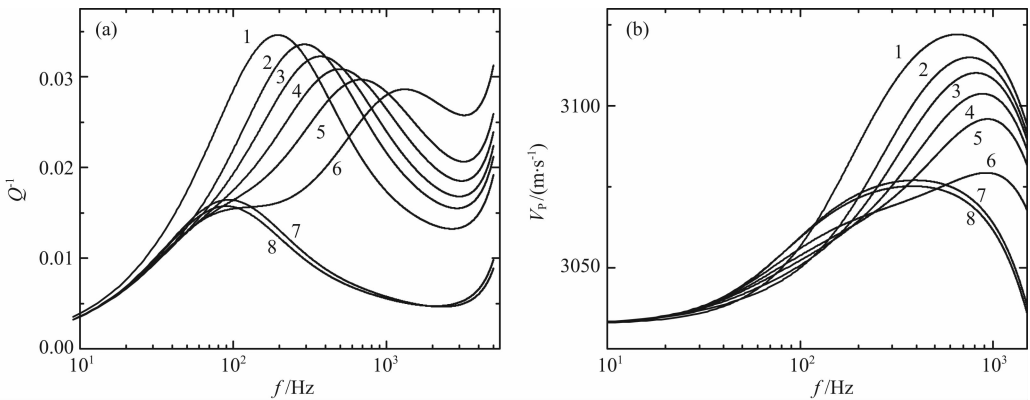


图 8 不同尖灭型裂隙纵横比  $\gamma$  的纵波频散(a)和衰减(b)(具体参数参见表 3)

Fig. 8 The attenuation (a) and dispersion (b) of P wave for crack aspect ratios of pinchout-shaped cracks (parameters referred in the Table 3)

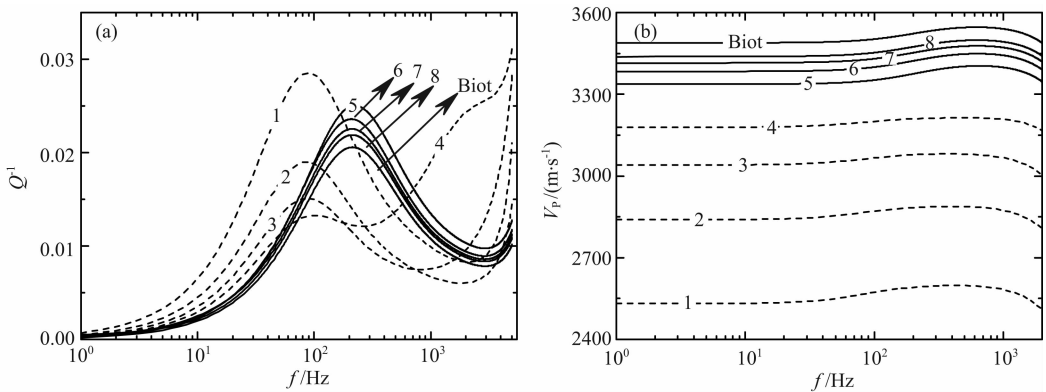


图 9 不同尖灭型裂隙含量的纵波衰减(a)和频散(b)(具体参数参见表 3)

Fig. 9 The attenuation (a) and dispersion (b) of P wave for different content of pinchout-shaped cracks (parameters referred in the Table 3)

Hill 上限(BGH+crack2),当裂隙纵横比较小时,周期性层状含孔隙、裂隙介质模型的有效平面波模量的高频极限为不含裂隙的 Biot\_Gassmann\_Hill 上限(BGH).周期性层状含孔隙、裂隙介质模型的有效平面波模量的低频极限为含裂隙的 Biot\_Gassmann\_

Wood 下限(BGW+crack2),不随参数的变化而变化.从图 10d 与图 11d 可以看出,当裂隙纵横比较小时,其地震频带的有效平面波模量的下限趋于不含裂隙的 Biot\_Gassmann\_Wood 极限(BGW).

周期性层状含孔隙、裂隙介质模型的衰减主要

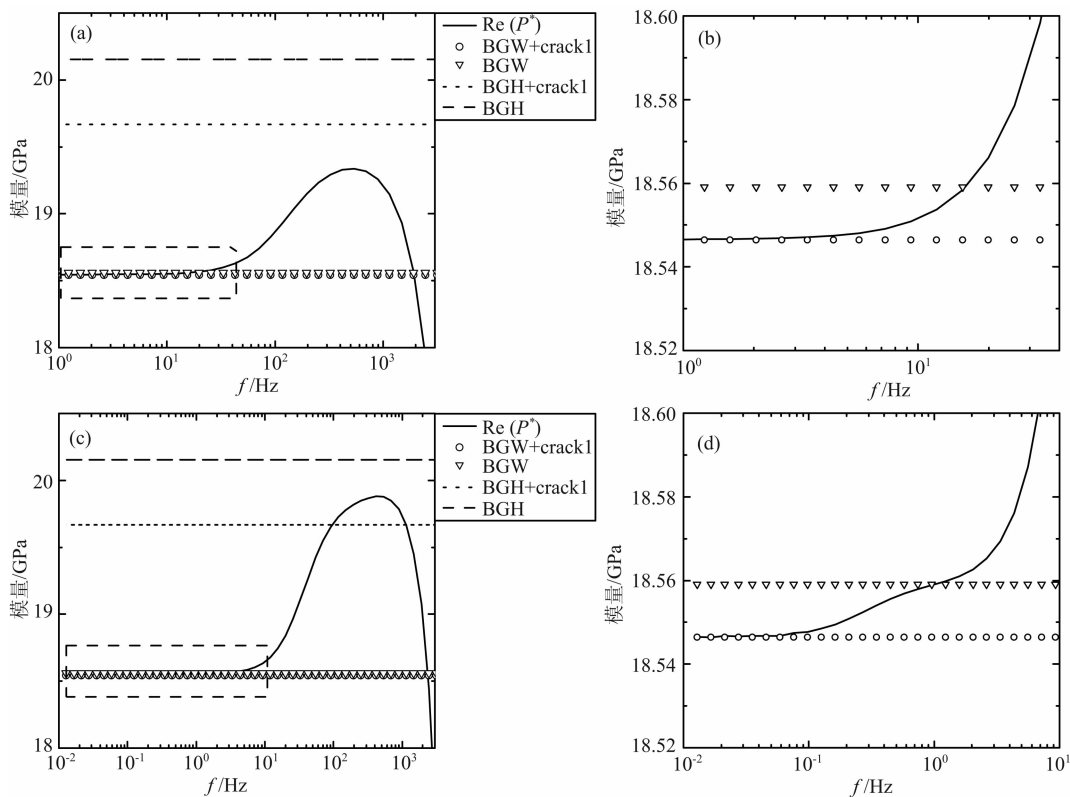


图 10 不同裂隙参数下的含硬型裂隙的有效平面波模量的高低频极限 ((b)、(d) 分别为 (a)、(c) 图中虚线方框的部分)  
 Fig. 10 The high and low frequency limit of effective modulus of P wave for different parameters of coin-shaped cracks  
 ((b) and (d) are the part of dashed line box for (a) and (c))

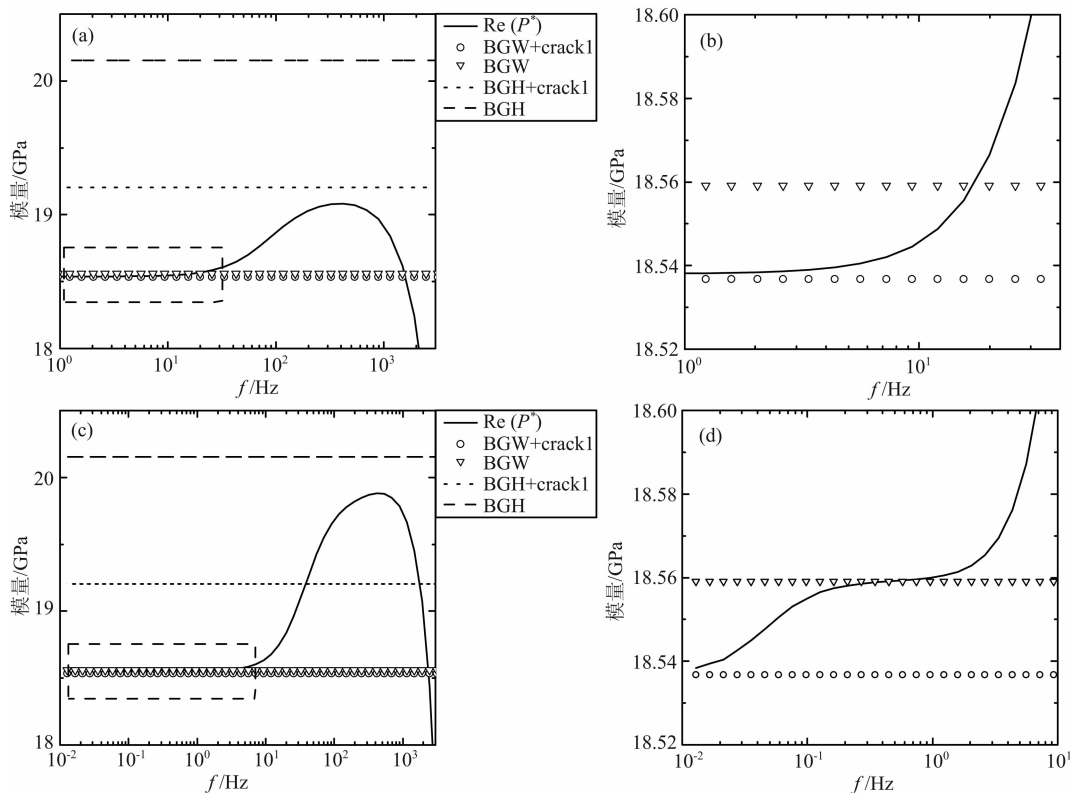


图 11 不同裂隙参数下的含尖灭型裂隙的有效平面波模量的高低频极限 ((b)、(d) 分别为 (a)、(c) 图中虚线方框的部分)  
 Fig. 11 The high and low frequency limit of effective modulus of P wave for different parameters of pinchout-shaped cracks  
 ((b) and (d) are the part of dashed line box for (a) and (c))

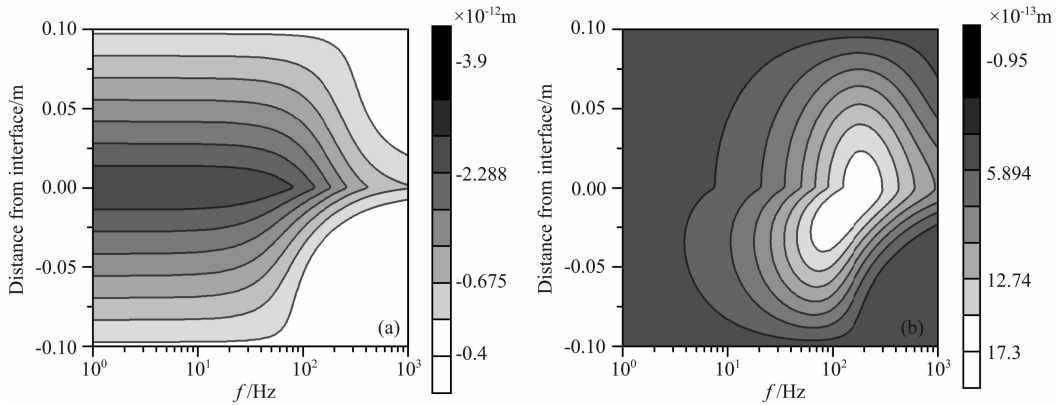


图 12 流固相对位移的实部(a)和虚部(b)

Fig. 12 The real (a) and the image (b) of the relative displacement between fluid and solid phase

由于流相与固相存在相对位移,通过图 4—11 可知,硬币型裂隙与尖灭型裂隙对该模型纵波衰减和频散的影响规律大体一致,所以以含有尖灭型裂隙为例进行讨论。图 12 为特征单元不同频率下的流体与固体相对耦合位移  $W = \phi(U - u)$  的实部与虚部平面示意图。可见,在特征单元的分界面( $x=0$ ),上下流固相对位移是连续的。在 100~300 Hz 之间,流固相的相对位移的实部变化较大,且虚部的值较大,流固之间摩擦产生的衰减也较大,与图 4 中周期性层状含孔隙、裂隙介质模型(硬币型裂隙)的纵波衰减曲线吻合,进一步说明了孔隙介质中流体相对流动是造成地震波衰减的主要因素之一。

## 7 结论

前人在研究周期层状孔隙介质时,仅考虑了宏观和介观衰减诱导机制,在此基础上,笔者考虑了不同形状裂隙的微观尺度“喷射流”对纵波衰减和频散的影响,建立了周期性层状含孔隙、裂隙介质模型,并对该模型的纵波衰减特征研究发现:

(1)含裂隙的“喷射流”作用对于地震频带纵波的衰减和频散速度有一定影响,且含不同形状的裂隙,对于纵波的衰减和频散速度影响也不相同。随着硬币型和尖灭型裂隙的裂隙密度  $\epsilon$  减小,含流体多孔介质的体积、剪切模量增加,纵波衰减逐渐降低,频散速度逐渐增加,与实验结果一致。随着硬币型和尖灭型裂隙的纵横比  $\gamma$  逐渐增加,裂隙的“喷射流”作用产生的纵波衰减主频向高频移动,纵波的衰减峰值逐渐降低。

(2)随着硬币型和尖灭型裂隙的体积含量减少,即裂隙密度  $\epsilon$  和裂隙纵横比  $\gamma$  同时减小,纵波衰减

先逐渐降低,这时裂隙密度  $\epsilon$  的减小是影响纵波衰减的主要因素,裂隙体积含量减小到一定程度时,纵波衰减会小幅度的增加,这时裂隙纵横比  $\gamma$  的减小成为影响纵波衰减的主要因素,裂隙体积含量继续减少,纵波衰减又逐渐降低,这时裂隙密度  $\epsilon$  的减小是影响纵波衰减的主要因素,且向解耦求解不含裂隙的弹性波动方程(1)  $i=1$  的纵波衰减曲线逼近。随着裂隙体积含量的降低,含裂隙、孔隙流体介质的体积、剪切模量增加,频散速度逐渐增加且向解耦求解不含裂隙的弹性波动方程(1)  $i=1$  的纵波频散速度曲线逼近。

(3)当这两种裂隙的纵横比较大时,所建模型的有效平面波模量的高频极限为含裂隙的 Biot\_Gassmann\_Hill 上限(BGH+crack $i$ )( $i=1,2$ ),当纵横比较小时,所建模型的有效平面波模量的高频极限为不含裂隙的 Biot\_Gassmann\_Hill 上限(BGH)。该模型有效平面波模量的低频极限始终为含裂隙的 Biot\_Gassmann\_Wood 下限(BGW+crack $i$ )( $i=1,2$ )。

(4)地震波在含孔隙、裂隙饱和和流体介质中传播时,由于流体相对运动而造成地震波衰减。流体相对位移越大,流固之间的摩擦越强,产生的纵波衰减值越高。

## 附录 A

由于唐晓明(2011)、Tang 等(2012)中结果是假设在  $e^{-i\omega t}$  简谐域推导的,与本文求解解耦波动方程(7)时假设的简谐域( $e^{i\omega t}$ )相反。利用本文的简谐域假设前提,对唐晓明(2011)、Tang 等(2012)中的结果重新推导。形式上与原文献相比,只是方程中的虚数符号的正负发生了变化( $-i\omega \rightarrow i\omega$ )。

关于双相介质弹性波动方程(1)中  $P_i, Q_i, R_i$  的具体表达式如下:

$$P_1 = K_d + 4\mu/3 + (\alpha - \phi)^2/K_a, \quad (A1)$$

$$Q_1 = \phi(\alpha - \phi)/K_a, \quad (A2)$$

$$R_1 = \phi^2/K_a, \quad (A3)$$

式中,  $K_a = (\alpha - \phi)/K_s + \phi/K_f$ .

$$P_2 = K_d + 4\mu/3 + (\alpha - \phi)^2/(K_a + F_2), \quad (A4)$$

$$Q_2 = \phi(\alpha - \phi)/(K_a + F_2), \quad (A5)$$

$$R_2 = \phi^2/(K_a + F_2), \quad (A6)$$

式中,

$$F_2 = 8\pi\epsilon(1 - \nu_G)f(\zeta)\left[(1/K_d - 1/K_s)/(1/K_d -$$

$$F_3 = \frac{8\epsilon(1 - \nu_G)(1 + \lambda_T)^3}{3\mu} \left( \frac{1/K_G - 1/K_s}{1/K_d - 1/K_G} \right) M/1 + \frac{3i\omega\eta(1 + 2\lambda_T)}{2K_f\lambda_T\gamma^2} \left[ 1 + \frac{4(1 - \nu_G)K_f(1 + \lambda_T)^3}{3\pi\mu(1 + 2\lambda_T)} M \right],$$

$$M = 1 + \frac{4 - 5\nu_G}{2(7 - 5\nu_G)} \frac{\lambda_T^3}{(1 + \lambda_T)^3} + \frac{9}{2(7 - 5\nu_G)} \frac{\lambda_T^5}{(1 + \lambda_T)^5}, \quad \lambda_T = (3\phi/4\pi\epsilon)^{1/3}, \quad \epsilon = Na^3/V, \quad \gamma = h/2a.$$

其中,  $N$  为体积  $V$  的岩石中裂隙的个数,  $h$  为裂隙厚度,  $a$  为裂隙的长度, 如图 1b 所示.

## References

- Agersborg R, Johansen T A, Jakobsen M, et al. 2008. Effects of fluids and dual-pore systems on pressure-dependent velocities and attenuations in carbonates. *Geophysics*, 73(5): N35-N47.
- Batzle M, Hofmann R, Han D H, et al. 2001. Fluids and frequency dependent seismic velocity of rocks. *The Leading Edge*, 20(2): 168-171.
- Berryman J G, Wang H F. 1998. Double-porosity modeling in elastic wave propagation for reservoir characterization: Society of Photo-Optical Instrumentation Engineers (SPIE) Conference Series, 98: 1-243.
- Biot M A. 1956a. Theory of propagation of elastic waves in a Fluid-Saturated porous solid. I. Low-Frequency range. *The Journal of the Acoustical Society of America*, 28(2): 168-178.
- Biot M A. 1956b. Theory of propagation of elastic waves in a Fluid-Saturated porous solid. II. Higher-Frequency range. *The Journal of the Acoustical Society of America*, 28(2): 179-191.
- Biot M A. 1962. Mechanics of deformation and acoustic propagation in porous media. *Journal of Applied Physics*, 33(4): 1482-1498.
- Carcione J, Helle H, Pham N. 2003. White's model for wave propagation in partially saturated rocks: Comparison with poroelastic numerical experiments. *Geophysics*, 68(4): 1389-1398.
- Carcione J, Picotti S. 2006. P-wave seismic attenuation by slow-

$$1/K_G) - f(\zeta)]/3\mu\{1 + 4(1 - \nu_G)[1 - f(\zeta)]/3\mu\gamma\},$$

$$f(\zeta) = 2J_1(\zeta)/\zeta J_0(\zeta), \quad \zeta = \sqrt{-3i\omega\eta/\gamma^2 K_f},$$

$$\epsilon = NR_a^3/V, \quad \gamma = h/2R_a.$$

其中,  $J_1, J_0$  为一阶和零阶贝塞尔函数,  $\nu_G, K_G$  为零频条件下饱和岩石的泊松比和体积模量,  $\epsilon$  为裂隙密度,  $\gamma$  为裂隙纵横比,  $N$  为体积  $V$  的岩石中裂隙的个数,  $h$  为裂隙厚度,  $R_a$  为硬币型裂隙半径, 如图 1a 所示.

$$P_3 = K_d + 4\mu/3 + (\alpha - \phi)^2/(K_a + F_3), \quad (A7)$$

$$Q_3 = \phi(\alpha - \phi)/(K_a + F_3), \quad (A8)$$

$$R_3 = \phi^2/K_a + F_3, \quad (A9)$$

式中,

wave diffusion: Effects of inhomogeneous rock properties. *Geophysics*, 71(3): 1-8.

Chapman M, Zatsepin S V, Crampin S. 2002. Derivation of a microstructural poroelastic model. *Geophysical Journal International*, 151(2): 427-451.

Deng J X, Wang S X, Du W. 2012. A study of the influence of mesoscopic pore fluid flow on the propagation properties of compressional wave—a case of periodic layered porous media. *Chinese J. Geophys.* (in Chinese), 55(8): 2716-2727.

Dutta N C, Odé H. 1979a. Attenuation and dispersion of compressional waves in fluid-filled porous rocks with partial gas saturation (White model)—Part I: Biot theory. *Geophysics*, 44(11): 1777-1788.

Dutta N C, Odé H. 1979b. Attenuation and dispersion of compressional waves in fluid-filled porous rocks with partial gas saturation (White model)—Part II: Results. *Geophysics*, 44(11): 1789-1805.

Dutta N C, Odé H. 1983. Seismic reflections from a gas-water contact. *Geophysics*, 48(2): 148-162.

Gautam K. 2003. Fluid effects on attenuation and dispersion of elastic waves [Master's thesis]. Colorado School of Mines.

Gassmann F. 1951. Über die elastizität proser mediem. *Vierteljahrsschrift der Natureforschenden Gesellschaft in Zurich*, (96): 1-23.

Hill R. 1963. Elastic properties of reinforced solids: some theoretical principles. *Journal of the Mechanics and Physics of Solids*, 11(5): 357-372.

Liu B, Wang B S, Ji W G, et al. 2001. Closure of micro cracks in rock samples under confining pressure. *Chinese J. Geophys.* (in Chinese), 44(3): 421-428.

Liu J, Ma J W, Yang H Z. 2009. Research on dispersion and

- attenuation of P wave in periodic layered-model with patchy saturation. *Chinese J. Geophys.* (in Chinese), 52(11): 2879-2885.
- Liu J, Ma J W, Yang H Z. 2010. Research on P-wave's propagation in White's sphere model with patchy saturation. *Chinese J. Geophys.* (in Chinese), 53(4): 954-962.
- Mavko G, Mukerji T, Dvokin J. 1998. *The Rock Physics Handbook*. Cambridge: Cambridge University Press.
- Müller T M, Gurevich B, Lebedev M. 2010. Seismic wave attenuation and dispersion resulting from wave-induced flow in porous rocks — A review. *Geophysics*, 75(5): 75A147-75A164.
- Tang X M. 2011. A unified theory for elastic wave propagation through porous media containing cracks—An extension of Biot's poroelastic wave theory. *Sci. China Earth Sci.* (in Chinese), 41(6): 784-795.
- Tang X M, Chen X, Xu X. 2012. A cracked porous medium elastic wave theory and its application to interpreting acoustic data from tight formations. *Geophysics*, 77(6): 245-252.
- Thomsen L. 1985. Biot-consistent elastic moduli of porous rocks: low-frequency limit. *Geophysics*, 50(12): 2797-2807.
- Vogelaar B, Smeulders D. 2007. Extension of White's layered model to the full frequency range. *Geophysical Prospecting*, 55: 685-695.
- White J E. 1975. Computed seismic speeds and attenuation in rocks with partial gas saturation. *Geophysics*, 40(2): 224-232.
- White J E, Mikhaylova N G, Lyakhovitskiy F M. 1975. Low-frequency seismic waves in fluid-saturated layered rocks. *Izvestija Academy of Sciences. USSR, Physics of the Solid Earth*, 52(11): 654-659.
- Wood A B. 1955. *A Textbook of Sound*. London: Bell and Sons Ltd.

## 附中文参考文献

- 邓继新, 王尚旭, 杜伟. 2012. 介观尺度孔隙流体流动作用对纵波传播特征的影响研究——以周期性层状孔隙介质为例. *地球物理学报*, 55(8): 2716-2727.
- 刘斌, 王宝善, 季卫国等. 2001. 围压作用下岩石样品中微裂纹的闭合. *地球物理学报*, 44(3): 421-428.
- 刘炯, 马坚伟, 杨慧珠. 2009. 周期成层 Patchy 模型中纵波的频散和衰减研究. *地球物理学报*, 52(11): 2879-2885.
- 刘炯, 马坚伟, 杨慧珠. 2010. White 球状 Patchy 模型中纵波传播研究. *地球物理学报*, 53(4): 954-962.
- 唐晓明. 2011. 含孔隙、裂隙介质弹性波动的统一理论——Biot 理论的推广. *中国科学——地球科学*, 41(6): 784-795.

(本文编辑 何燕)